Cinemática - 3

Alexandre Diehl

Departamento de Física – UFPel

Cinemática

O que é a cinemática?

Ramo da mecânica que **descreve o movimento da partícula** a partir do comportamento da sua **posição**, **velocidade** e **aceleração**, **sem entrar nas causas deste movimento**.

- **Na cinemática não existem forças**, apenas o resultado da sua aplicação ou não.
    - O **movimento** pode ser **não acelerado (uniforme).**
    - O **movimento** pode ser **acelerado (não uniforme).**
        - a **aceleração** pode ser **constante** (uniformemente variável).
        - a **aceleração** pode ser **variável**.
- Se tentarmos descrever o **movimento a partir das suas causas**, ou seja, a partir da análise das forças aplicadas, estaremos estudando a **dinâmica da partícula**.

Cinemática

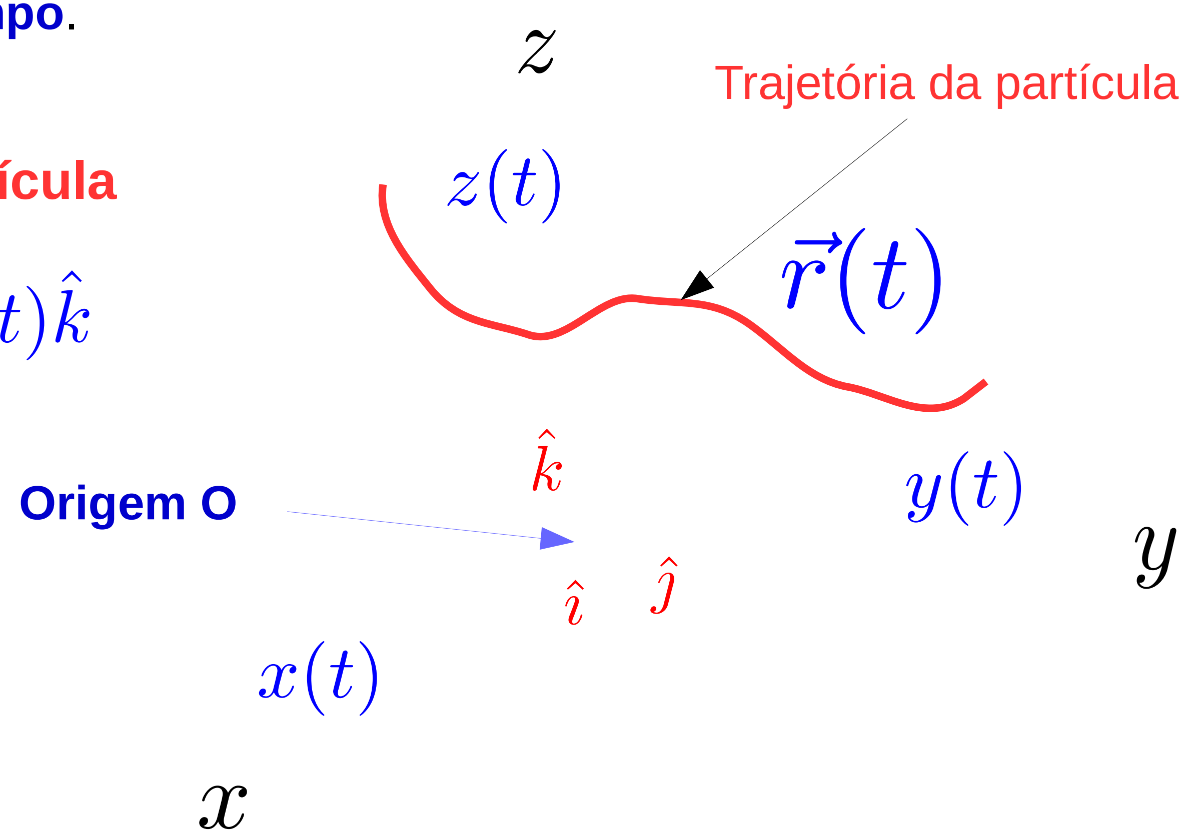
Como descrever o movimento?

Usamos um **referencial**, com uma **origem O**, a partir da qual **localizamos a partícula** a **cada instante de tempo**.

Vetor de posição da partícula

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}$$

tempo t



Cinemática

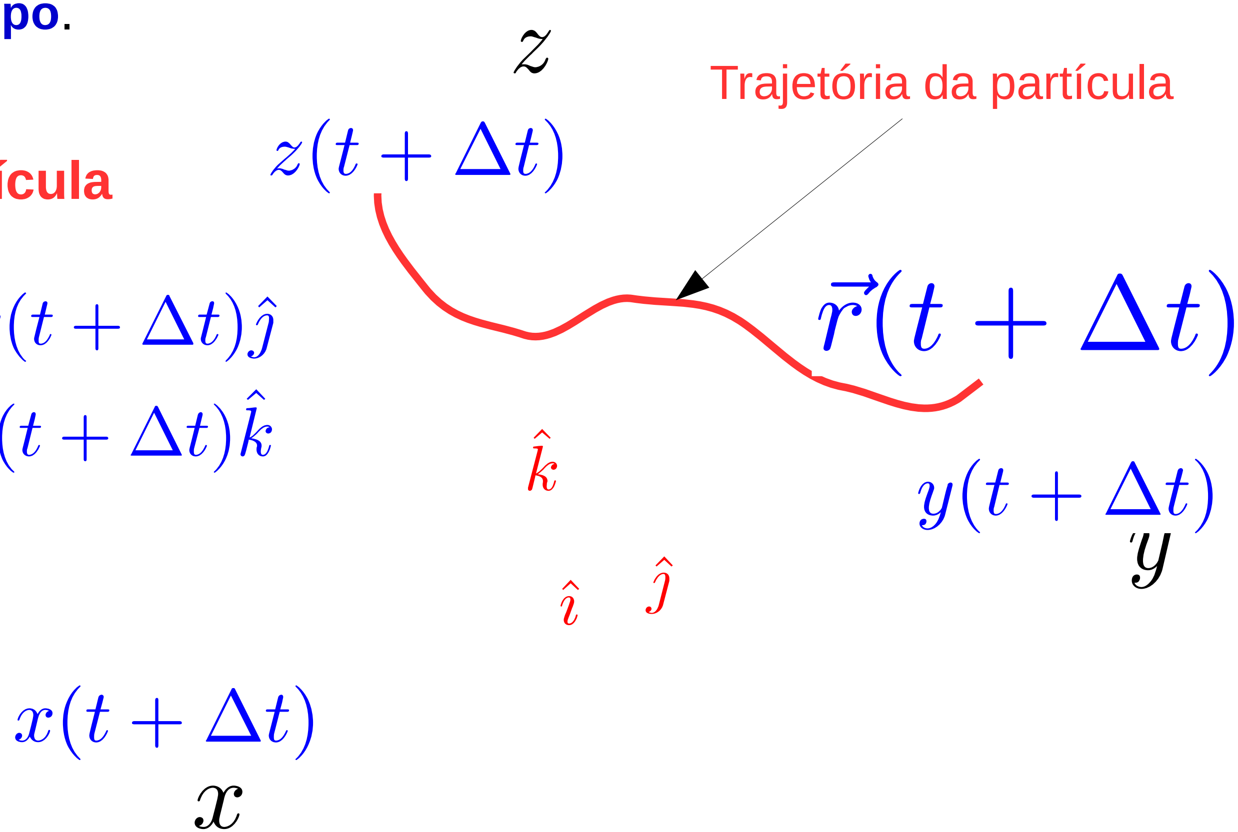
Como descrever o movimento?

Usamos um **referencial**, com uma **origem O**, a partir da qual **localizamos a partícula** a **cada instante de tempo**.

Vetor de posição da partícula

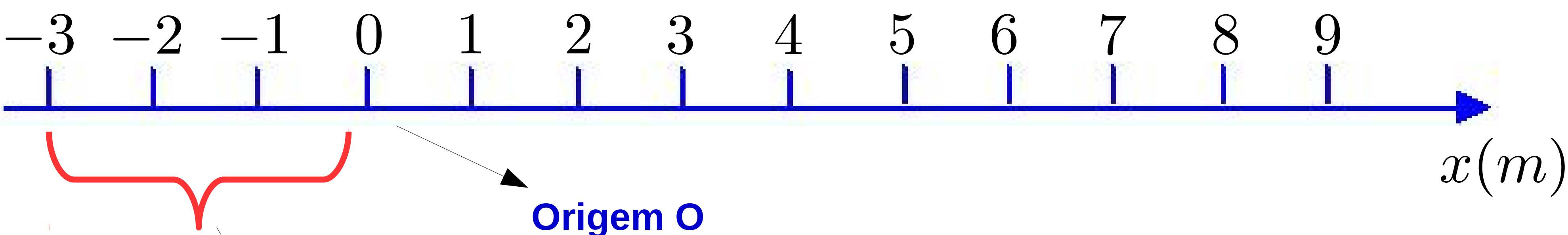
$$\vec{r}(t+\Delta t) = x(t+\Delta t)\hat{\imath} + y(t+\Delta t)\hat{\jmath} + z(t+\Delta t)\hat{k}$$

tempo $t+\Delta t$



Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?



Posições à esquerda da origem são definidas como **negativas**

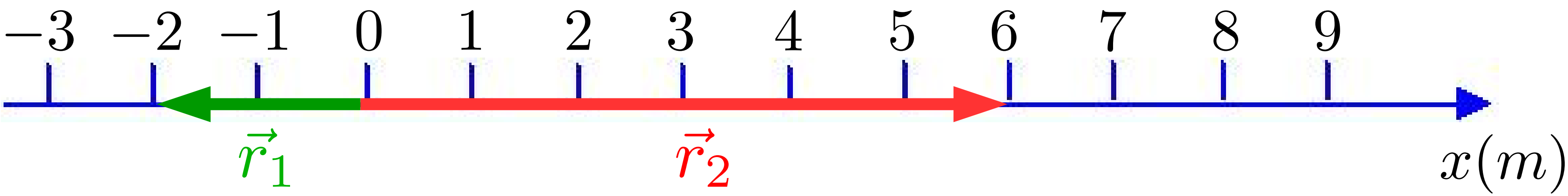
Vetor de posição da partícula

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath}$$

A mesma análise pode ser feita para os eixos *y* e *z*.

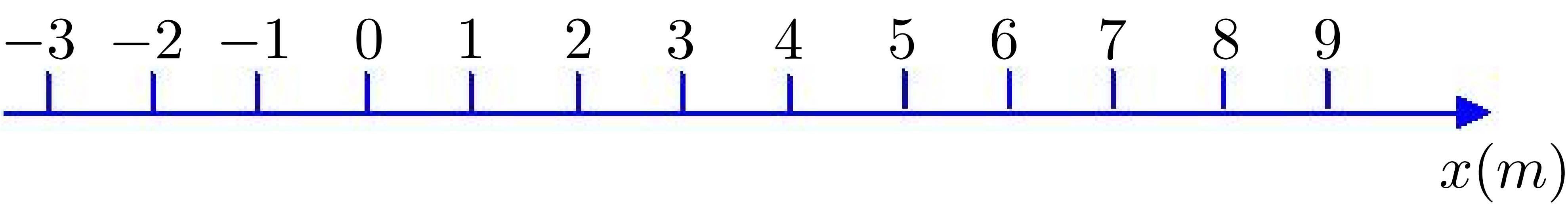
Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?



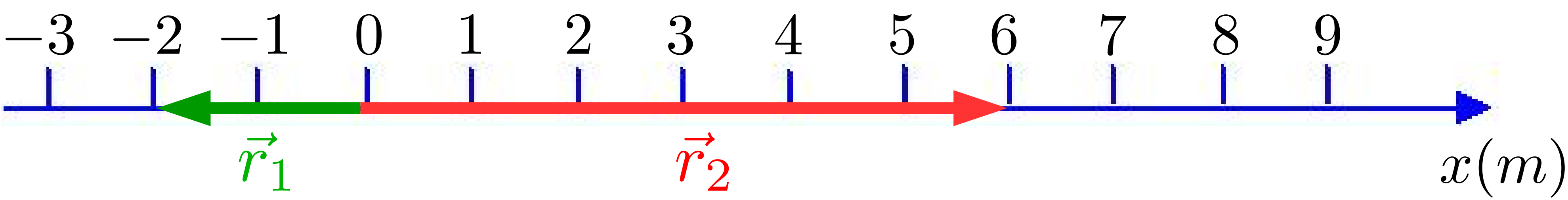
$$\vec{r}_1 = (-2\hat{\imath})\, m$$

$$\vec{r}_2 = (6\hat{\imath})\, m$$

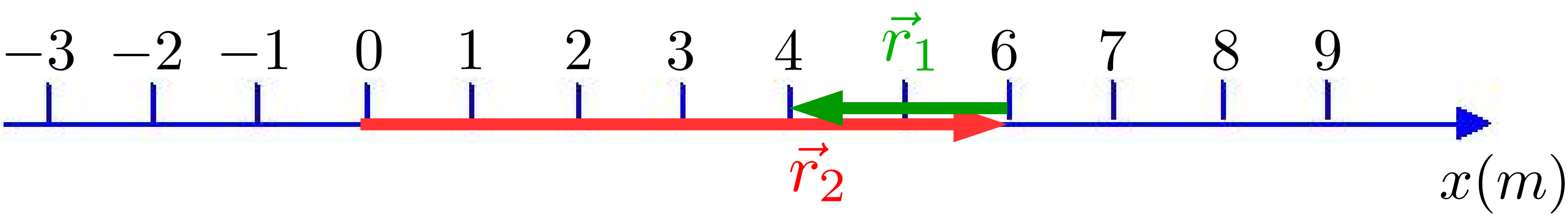


Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

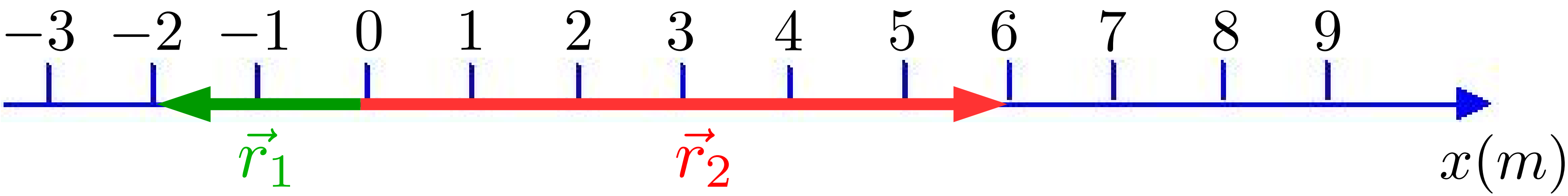


$$\left.\begin{array}{l} \vec{r}_1 = (-2\hat{\imath})\,m \\ \vec{r}_2 = (6\hat{\imath})\,m \end{array}\right\} \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

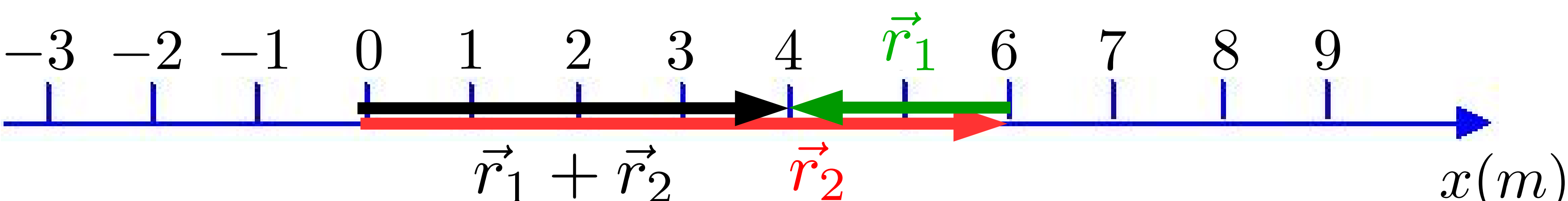


Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

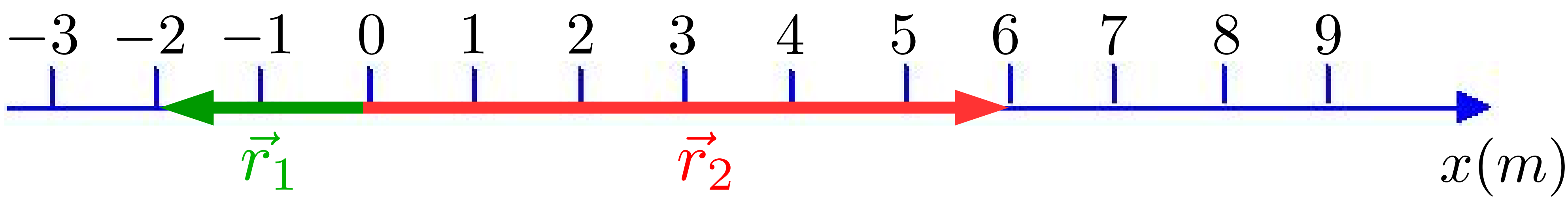


$$\left.\begin{array}{l} \vec{r}_1 = (-2\hat{\imath})\, m \\ \vec{r}_2 = (6\hat{\imath})\, m \end{array}\right\} \quad \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = (-2\hat{\imath})m + (6\hat{\imath})m = (4\hat{\imath})m$$

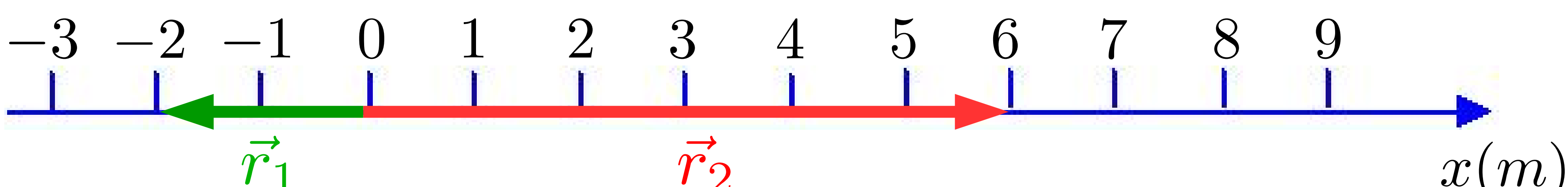


Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

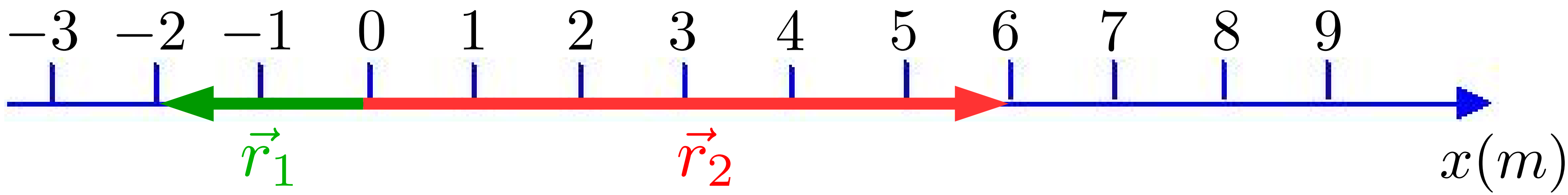


$$\left.\begin{aligned} \vec{r}_1 &= (-2\hat{\imath})\, m \\ \vec{r}_2 &= (6\hat{\imath})\, m \end{aligned}\right\} \quad \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (-2\hat{\imath})m - (6\hat{\imath})m = (-8\hat{\imath})m$$

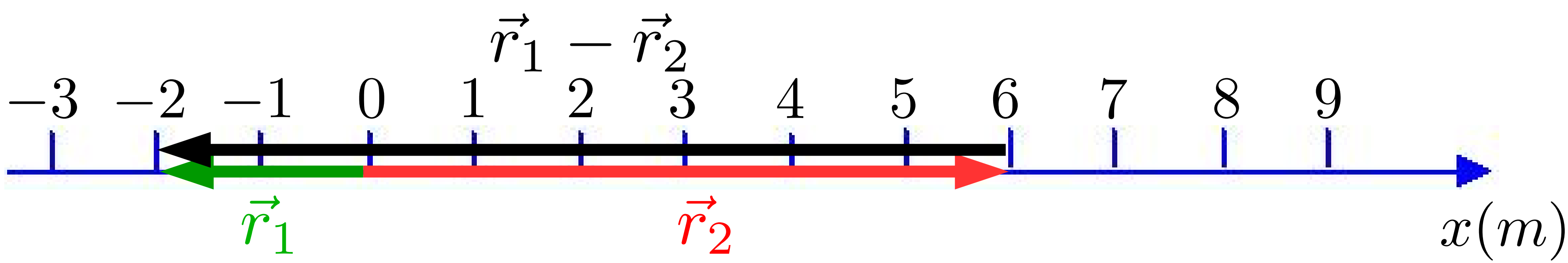


Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

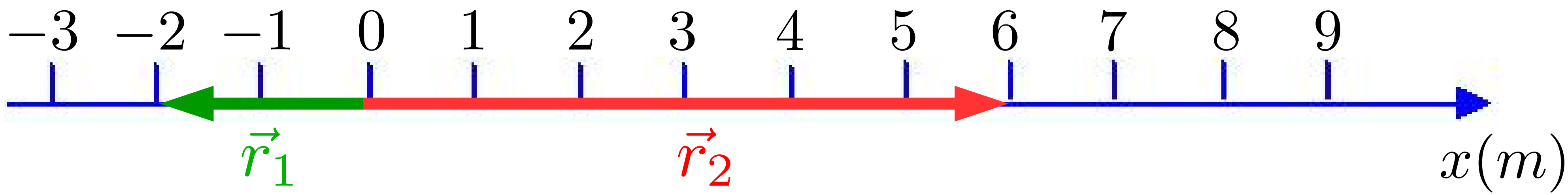


$$\left.\begin{aligned} \vec{r}_1 &= (-2\hat{\imath})\, m \\ \vec{r}_2 &= (6\hat{\imath})\, m \end{aligned}\right\} \quad \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (-2\hat{\imath})m - (6\hat{\imath})m = (-8\hat{\imath})m$$

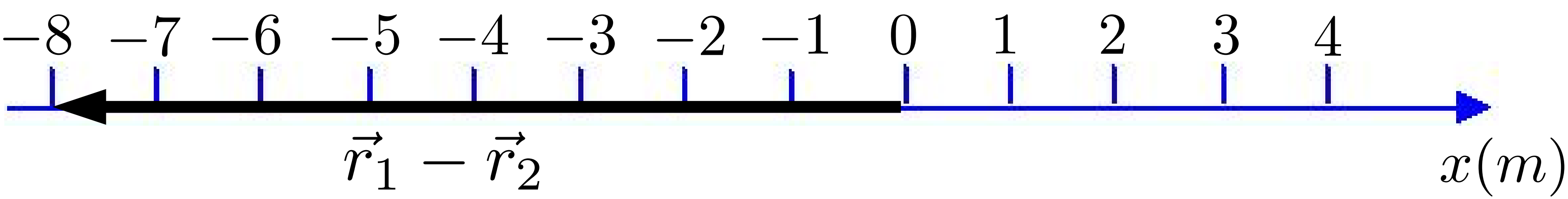


Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?



$$\left.\begin{aligned}\vec{r}_1 &= (-2\hat{\imath})\, m \\ \vec{r}_2 &= (6\hat{\imath})\, m\end{aligned}\right\} \quad \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (-2\hat{\imath})m - (6\hat{\imath})m = (-8\hat{\imath})m$$



Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

- A **origem** de coordenadas **O** pode estar **em repouso**.
- A **origem** de coordenadas **O** pode ter **velocidade (vetor) constante**.
- A **origem** de coordenadas **O** pode estar **acelerada**.

Referencias inercias

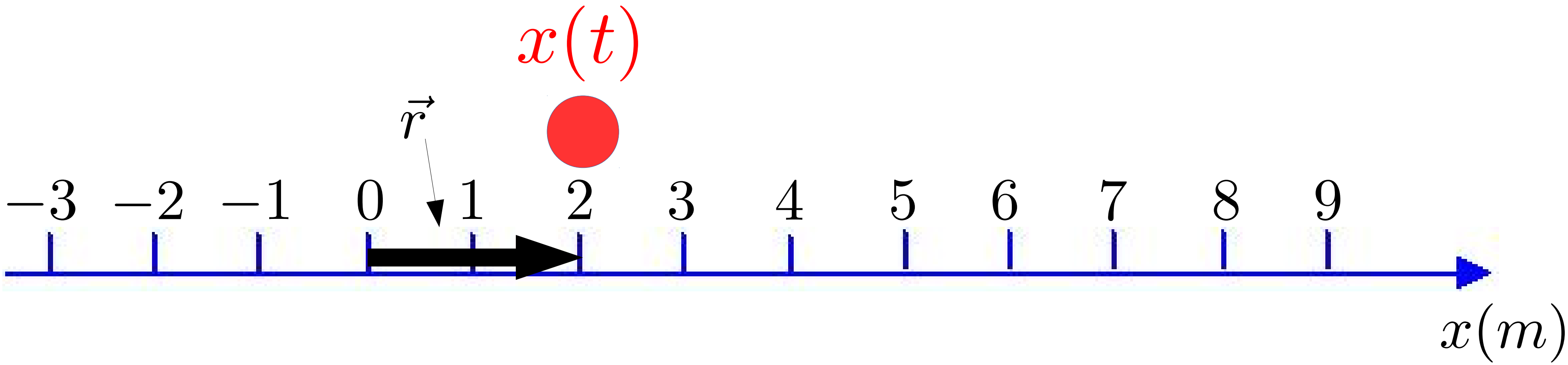
Referencias não inercias

Comecemos com os **referencias em repouso**.

Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

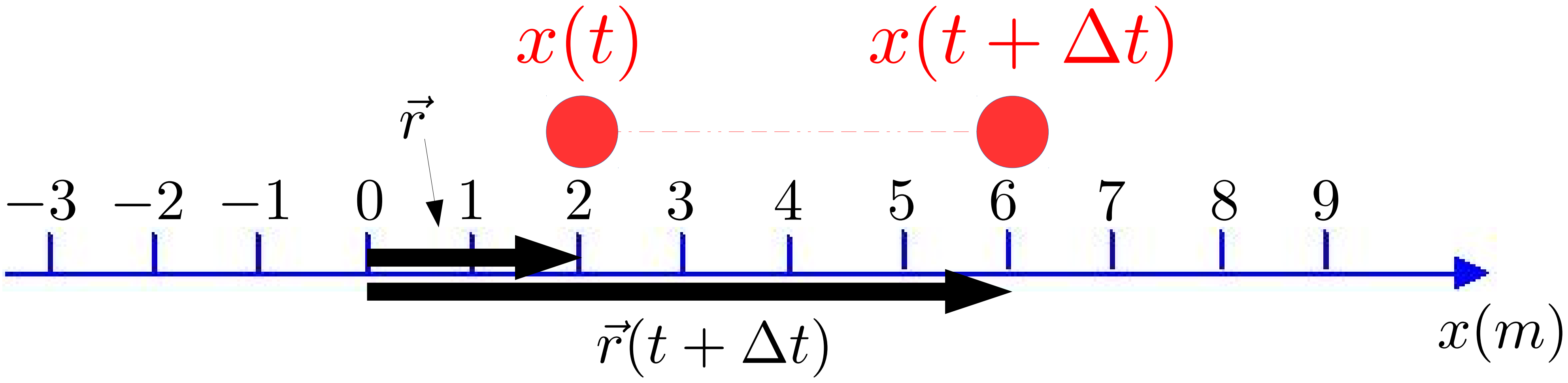
Partícula movendo ao longa da direção *x*, entre dois instantes de tempo.



Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

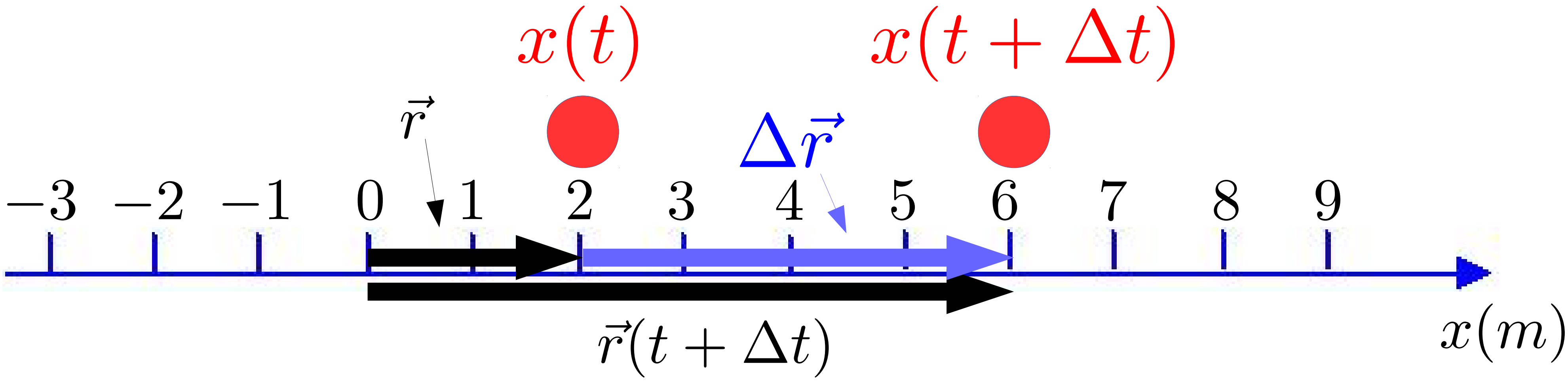
Partícula movendo ao longa da direção *x*, entre dois instantes de tempo.



Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

Partícula movendo ao longa da direção *x*, entre dois instantes de tempo.



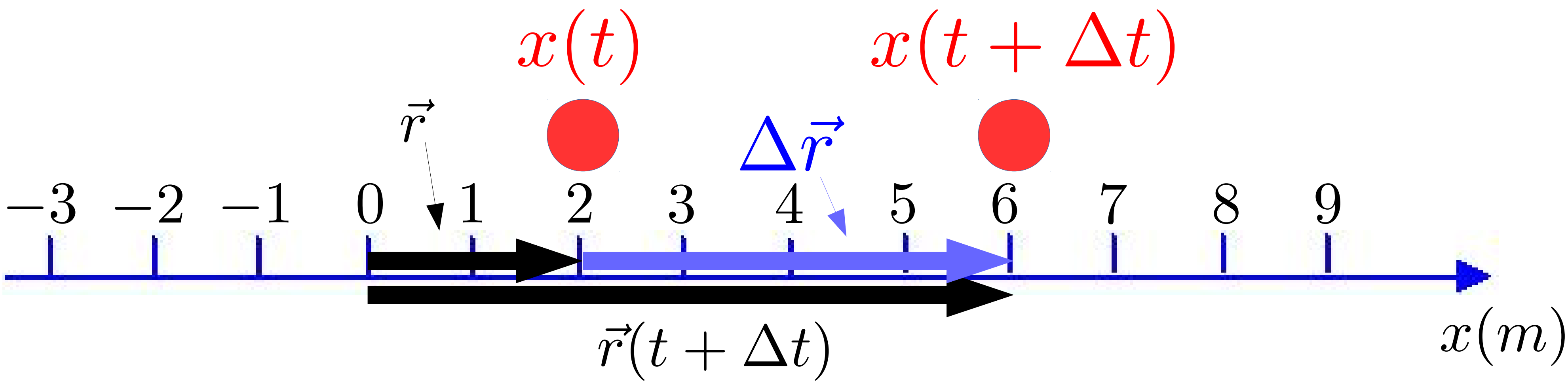
Vetor Deslocamento entre os dois instantes de tempo

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

Partícula movendo ao longa da direção *x*, entre dois instantes de tempo.



Deslocamento entre os dois instantes de tempo

$$\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t) \quad \Big\{ \quad \Delta\vec{r} = \Delta x\,\hat{\imath}$$

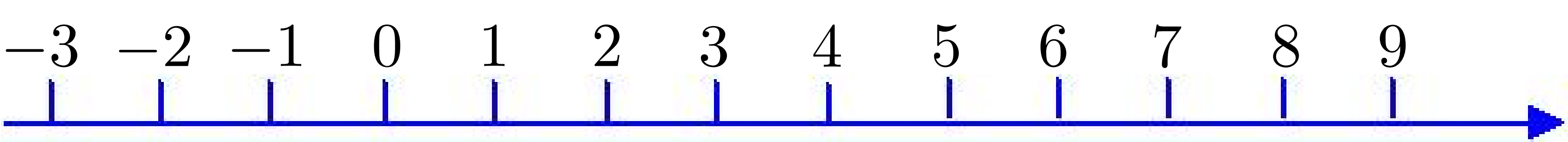
Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$$

Deslocamento entre os dois instantes de tempo

- $\Delta x > 0$ — Partícula move-se para a direita (sentido positivo) da origem.
- $\Delta x = 0$ — Posição final e inicial são iguais.
- $\Delta x < 0$ — Partícula move-se para a esquerda (sentido negativo) da origem.



Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$$

Deslocamento entre os dois instantes de tempo

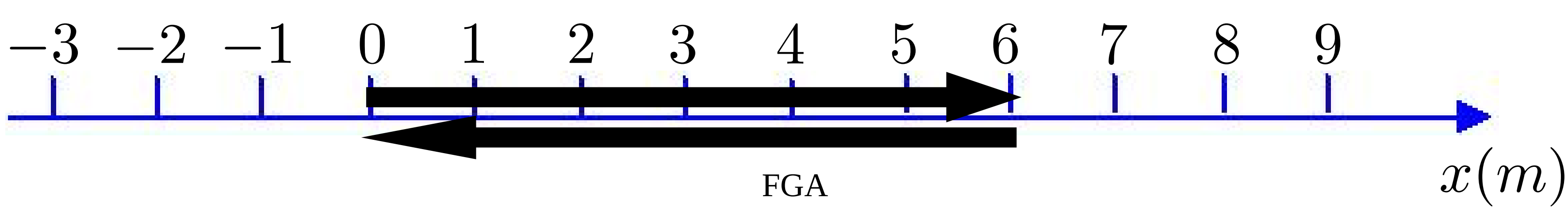
O deslocamento é diferente da distância percorrida:

- **Deslocamento** (Δx) é um **vetor**.
- **Distância percorrida (*d*)** é um **escalar**.

Partícula, saindo da origem em 0, desloca-se até 6 m e retorna à origem.

$$\Delta x = 0$$

$$d = 12\,\mathrm{m}$$



Cinemática

Como descrever o movimento em uma dimensão?

Vetor Velocidade média entre dois instantes de tempo

$$\vec{v}_{\text{média}} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

A **velocidade média** **não especifica os detalhes do movimento**, pois apenas as posições final e inicial do movimento são consideradas.

- Podemos ter **valores iguais de velocidade média** para intervalos de tempos diferentes (**movimento uniforme**).
- Podemos ter **valores diferentes de velocidade média** para intervalos de tempos iguais (**movimento não uniforme**).

Cinemática

Movimento uniforme: vetor velocidade constante

A partícula percorre **deslocamentos iguais** para **intervalos de tempos iguais**.

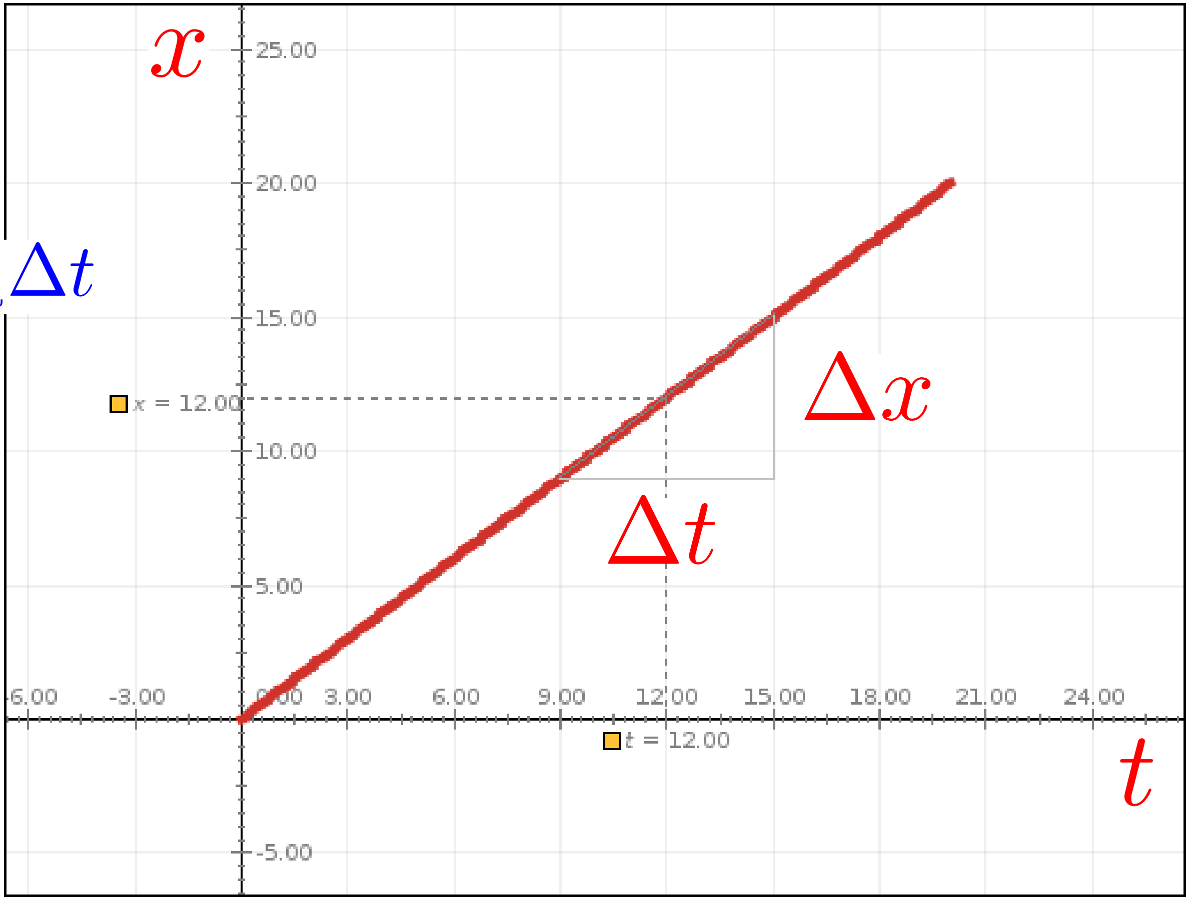
$$x(t+\Delta t) = x(t) + v_{\text{média}}\Delta t$$

No movimento uniforme não existe a necessidade de definir outras velocidades, além da velocidade média.

$$v_{\text{média}} = v$$

$$x(t+\Delta t) = x(t) + v\Delta t$$

Velocidade constante

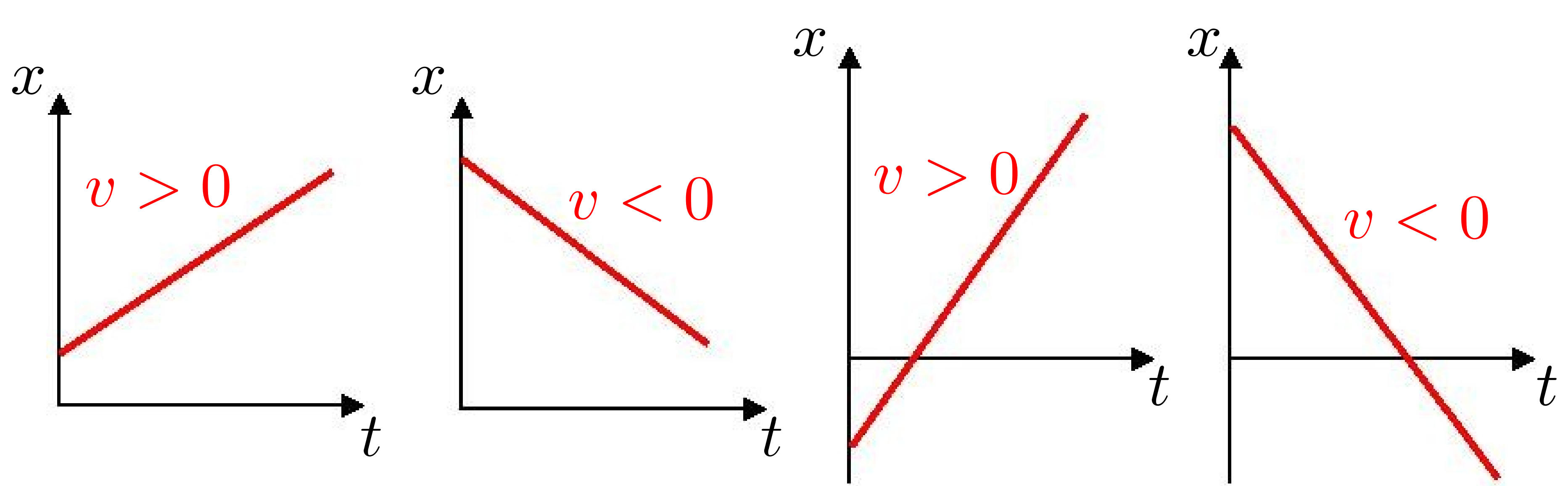


Cinemática

Movimento uniforme: vetor velocidade constante

Função horária entre dois instantes de tempo

$$x(t) = x(t_0) + v\,(t - t_0)$$



Cinemática

Movimento uniforme: vetor velocidade constante

Durante um forte espirro, seus olhos podem fechar por 0.50 s. Se você estiver dirigindo um carro a 90 km/h e espirrar tão fortemente, de quanto se desloca o carro durante o espirro? (Fundamentos de Física, Halliday & Resnick & Walker, Vol. 1: Mecânica, 7ª ed., problema 1, página 33)

Solução:

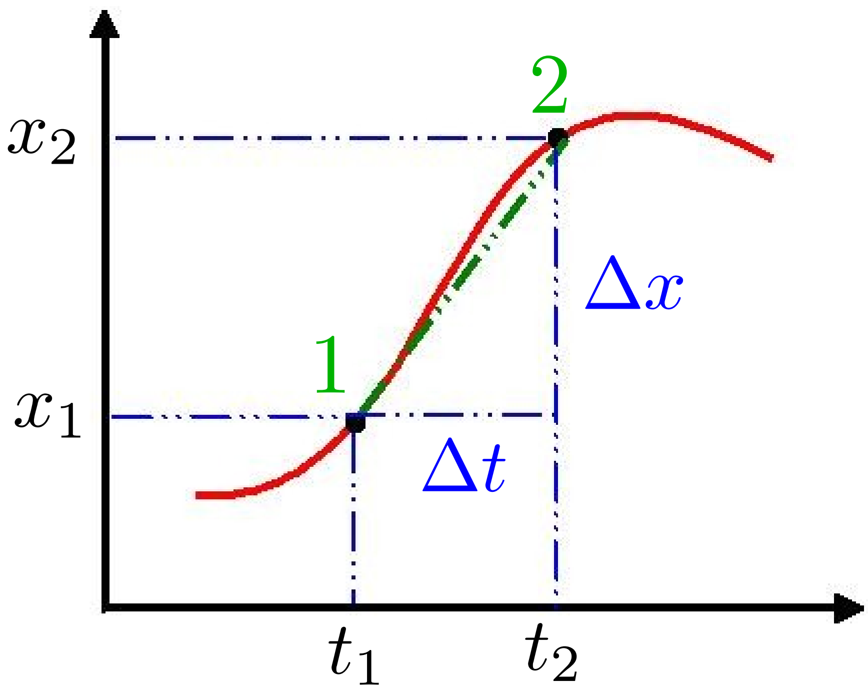
Hipótese: O movimento do carro é uniforme, com velocidade constante $v = 90\,\mathrm{km/h}$

$$v = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \times \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{km}} \times \frac{1\,\mathrm{h}}{3600\,\mathrm{s}} = 25\,\mathrm{m/s}$$

$$\Delta x_{\mathrm{carro}} = v\,\Delta t = (25\,\mathrm{m/s})\,(0.5\,\mathrm{s}) = 12.5\,\mathrm{m}$$

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



A partícula percorre **deslocamentos diferentes** para **intervalos de tempos iguais.**

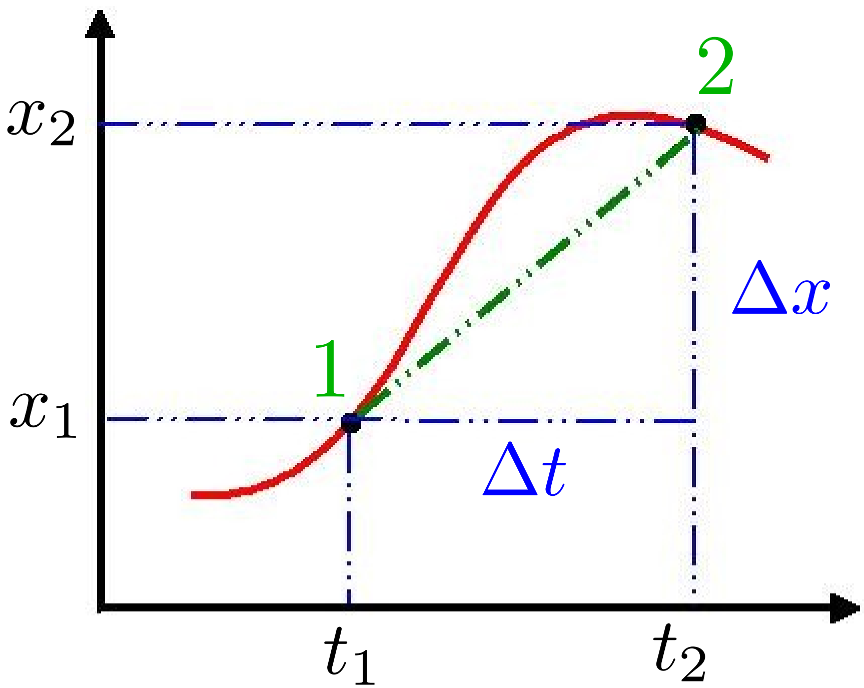
Velocidade média entre dois instantes de tempo

$$v_{\text{média}} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

No movimento não uniforme temos valores diferentes de velocidade média para intervalos de tempos iguais.

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



A partícula percorre **deslocamentos iguais** para **intervalos de tempo diferentes**.

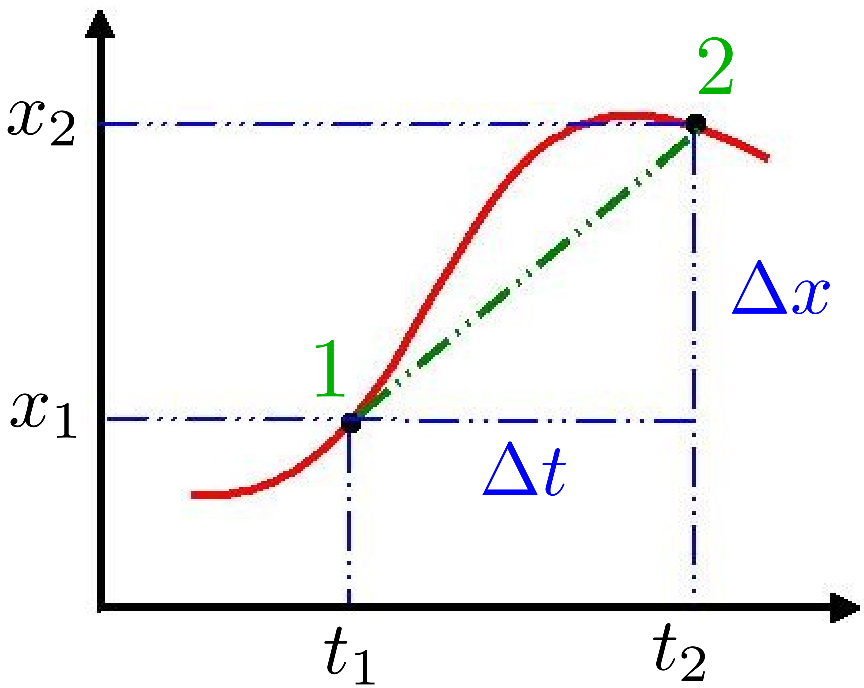
Velocidade média entre dois instantes de tempo

$$v_{\text{média}} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

No movimento não uniforme temos valores diferentes de velocidade média para intervalos de tempos iguais.

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



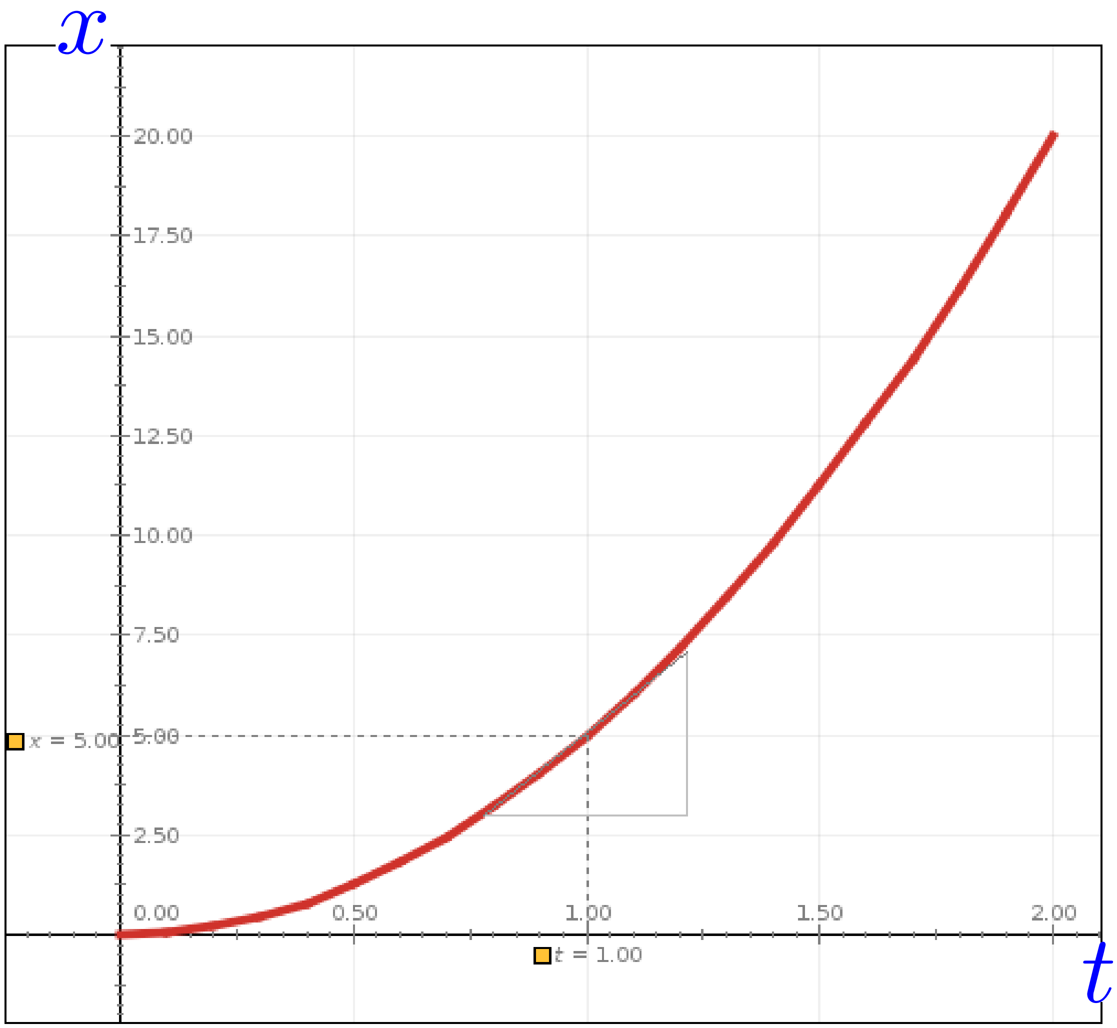
Ao calcularmos a velocidade média entre dois instantes de tempo, substituímos o movimento não uniforme (velocidade variável) por um movimento uniforme neste intervalo, com valor de velocidade constante e igual à velocidade média calculada.

Unidade da velocidade no SI

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



Função horária

$$x(t) = 5t^2$$

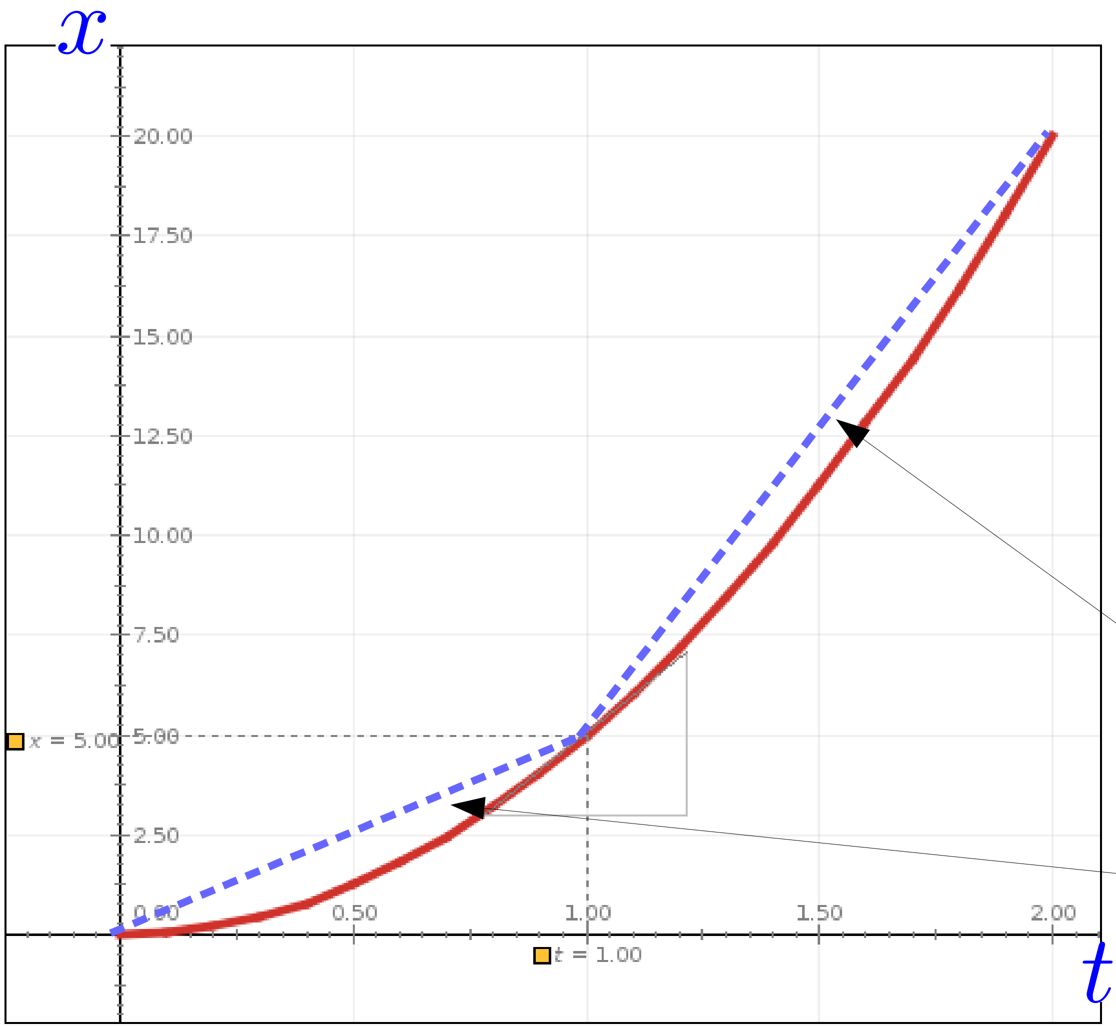
t (s)	x (m)
0	0
1	5
2	20
3	45
4	80
5	125

1 s
1 s
1 s

5 m
25 m
45 m

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



Função horária

$$x(t) = 5t^2$$

Velocidade média, a **direita (*d*)** e à **esquerda (*e*)** de 1 s, para intervalos de tempos cada vez menores.

$$v_m^d = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$v_m^e = \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável

$$\left\{\begin{aligned} v_m^d &= \frac{x(2)-x(1)}{1} = \frac{20-5}{1} = 15\,\mathrm{m/s} \\ v_m^e &= \frac{x(1)-x(0)}{1} = \frac{5-0}{1} = 5\,\mathrm{m/s} \end{aligned}\right\} \quad \Delta t = 1$$

Função horária

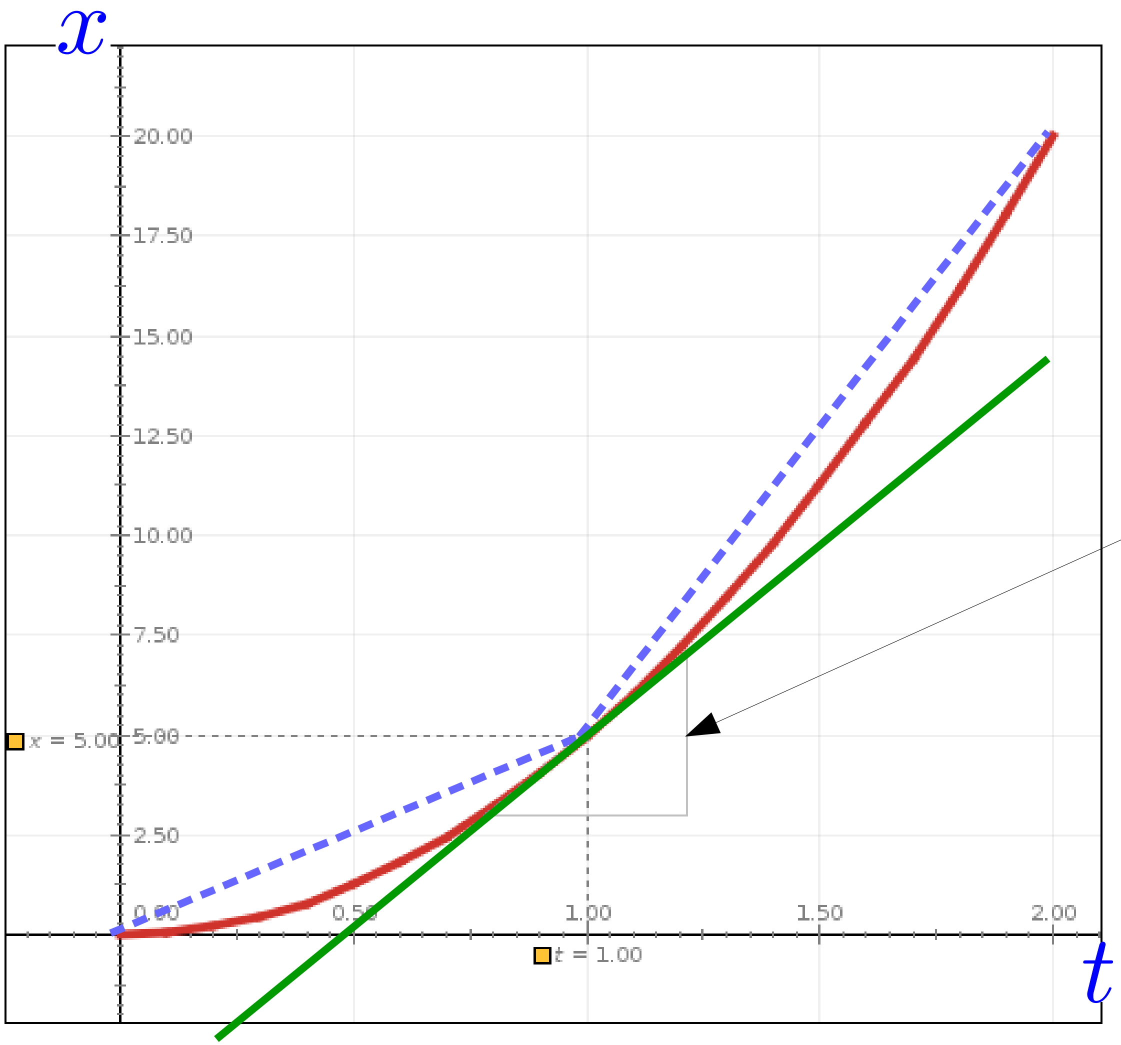
$$x(t) = 5t^2$$

$$\left\{\begin{aligned} v_m^d &= \frac{x(1.1)-x(1)}{0.1} = \frac{6.05-5}{0.1} = 10.5\,\mathrm{m/s} \\ v_m^e &= \frac{x(1)-x(0.9)}{0.1} = \frac{5-4.05}{0.1} = 9.5\,\mathrm{m/s} \end{aligned}\right\} \quad \Delta t = 0.1$$

$$\left\{\begin{aligned} v_m^d &= \frac{x(1.01)-x(1)}{0.01} = \frac{5.1005-5}{0.01} = 10.05\,\mathrm{m/s} \\ v_m^e &= \frac{x(1)-x(0.99)}{0.01} = \frac{5-4.9005}{0.01} = 9.95\,\mathrm{m/s} \end{aligned}\right\} \quad \Delta t = 0.01$$

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



Se continuarmos a reduzir o intervalo de tempo Δt, vemos que os valores das velocidades médias à direita e à esquerda de t = 1 s se aproximam do valor 10 m/s.

As duas velocidades médias convergem para um único valor, igual à inclinação da reta tangente à função horária no ponto t = 1 s.

Esta é a **velocidade instantânea** no ponto t = 1 s.

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável

Velocidade instantânea

$$\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \right)\Bigg|_{t_0} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)\Bigg|_{t_0} = \left(\frac{dx}{dt} \right)\Bigg|_{t_0}$$

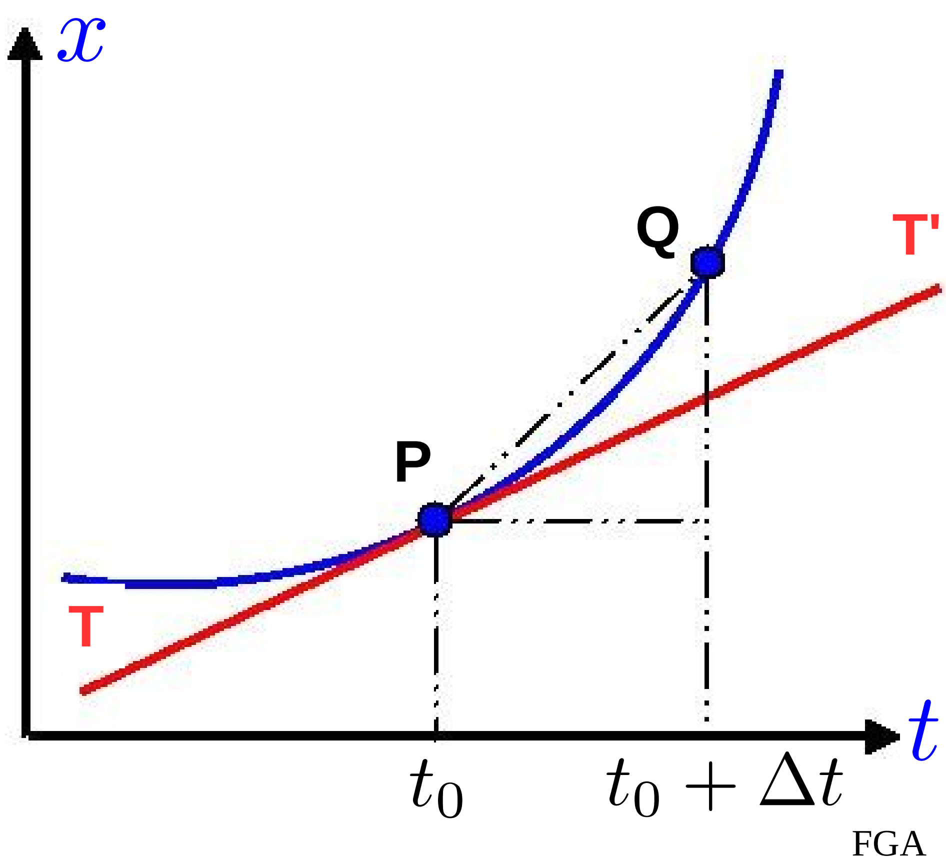
A **velocidade instantânea no tempo t_0** é calculada através da derivada da posição *x* em relação ao tempo *t* no ponto t_0

- A derivada mede a taxa de variação de uma grandeza em relação à outra grandeza.
- Num gráfico da posição contra o tempo, a velocidade instantânea é igual ao valor numérico da inclinação da reta tangente ao ponto em que queremos obter a velocidade instantânea.

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável

O que significa a velocidade num dado instante de tempo (P)?



$$v(t_0) = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=t_0}$$

A derivada de $x(t)$ em $t = t_0$, ou seja, a **velocidade instantânea** no **ponto P**, representa o **coeficiente angular** (**inclinação**) da **reta tangente TT'** que passa pelo ponto P.

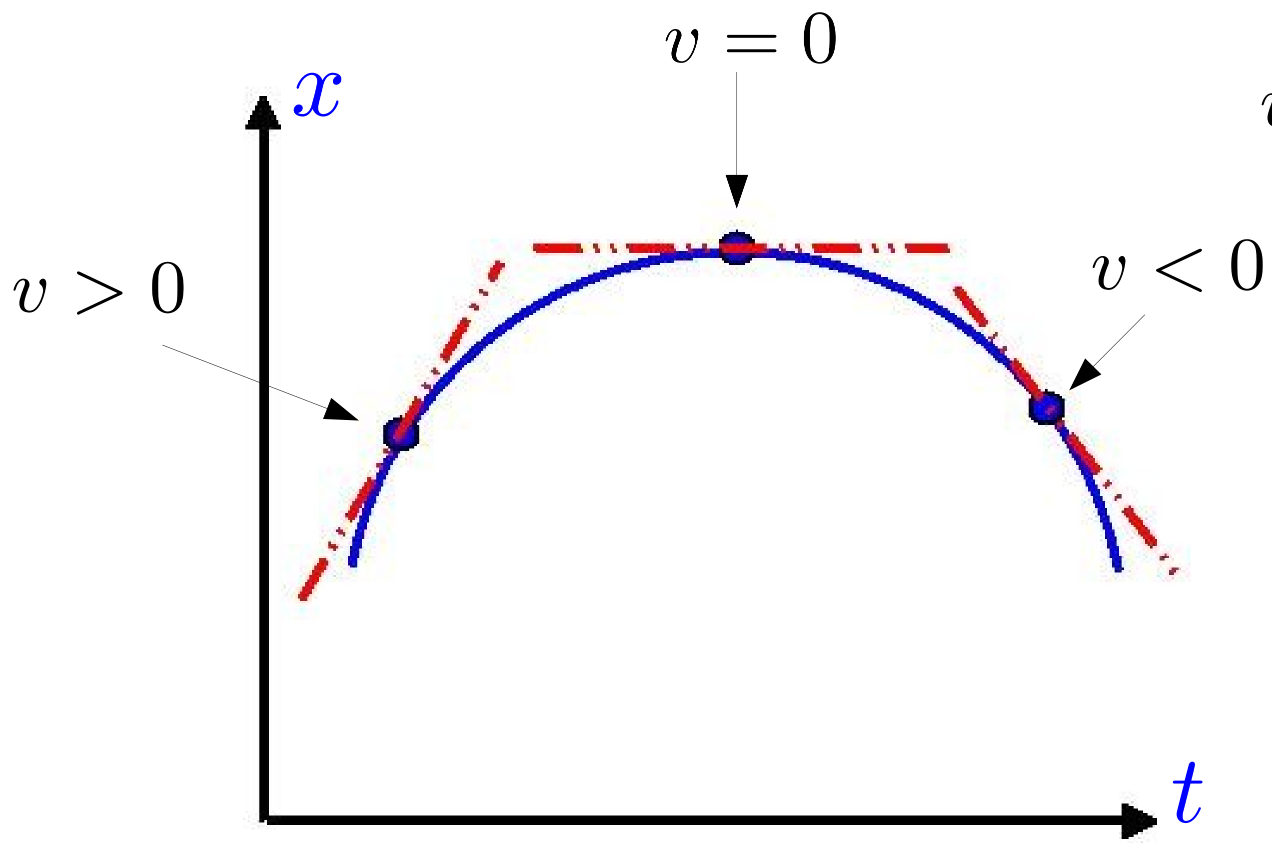
Unidade da aceleração no SI

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Cinemática

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável

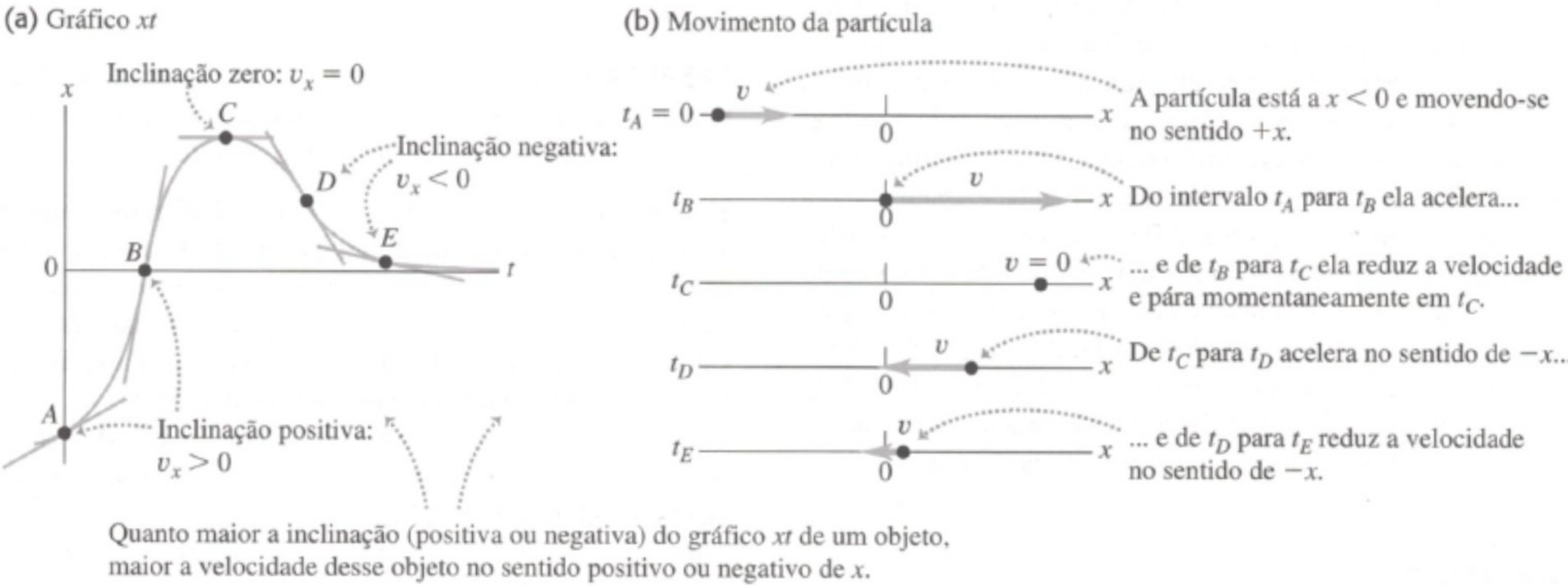
O que significa a velocidade num dado instante de tempo?



$$v(t_0) = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=t_0}$$

Quanto **maior a inclinação da reta tangente** (maior a derivada) ao ponto, **maior a velocidade instantânea** naquele ponto.

Movimento não uniforme: vetor velocidade variável



Young & Freedman, Física I: Mecânica. 12ª ed.